

パン焼き問題 I

2018/8/9

1 問題

あなたはパン焼き設備 M 台と、焼けるパンを L 種類持つパン屋さんです。今、 N 個のオーダー (注文) を受け付けました。個々のオーダー $n = 1, \dots, N$ の情報は、

$\left\{ \text{パンの種類 } l_n \in \{1, \dots, L\}, \text{ 個数 } q_n, \text{ 最早開始時刻 } E_n \in \{0, 1, \dots, E\}, \text{ 納期 } D_n \in \{1, \dots, D\} (E_n < D_n) \right\}$

で構成されます。オーダー n の計画は以下で定義されます。

- 設備: $M_n \in \{1, \dots, M\}$
- 製造開始時刻: S_n
- 製造終了時刻: F_n

このとき、以下のスケジューリング制約に従い、全てのオーダー n に対して設備と製造開始時刻を決定し、以下のスケジュールの評価により算出される利益 P が最大になるスケジュールを作成してください。プログラム実行中の計算時間の上限は 5 分です。

スケジューリング制約

- 設備キャパシティ
各設備 $m = 1, \dots, M$ でパンを焼く時間はどのパンの種類でも 1 単位時間です。

$$F_n = S_n + 1$$

そして、設備 m では同時に C_m 個までのパンを焼くことができます。

- すべてのオーダーは必ずどこか 1 つの設備で焼くことができます。

$$\max_m(C_m) \geq \max_n(q_n)$$

- 異種まとめ焼き禁止
2 種類以上のパンを 1 つの設備で同時に焼くことは出来ません。ただし、同じ種類のパンであれば異なるオーダーのパンを同時に焼くことは出来ます。その際にも設備キャパシティを守る必要があります。
- 焼き忘れ禁止
たとえ納期に間に合わなくても、すべてのオーダーのすべてのパンを焼く必要があります。

- オーダ分割禁止
あるオーダのパンを焼くときは必ず同じ設備、同じ時刻で一度に焼き始めます。1つのオーダを分割して複数の設備もしくは時刻で個別に焼くことは出来ません。
- 最早開始時刻遵守

$$E_n \leq S_n$$

全てのオーダは時刻 E_n より前に作業を行うことは出来ません。

スケジュールの評価

- 全オーダに対する粗利 (円)

$$P_1 = 10 \times \sum_n q_n$$

すべてのパンの種類で1個10円の粗利が出ます。ここで言う粗利とは売上から原材料費を引いた金額です。

- 全オーダに対する納期違反ペナルティ (円)

$$P_2 = \sum_n q_n \times \max(F_n - D_n, 0)$$

納期遅れしていないオーダではペナルティが0になります。

- 設備の稼働コスト (円)

$$P_3 = 10 \times \sum_m \sum_t u_{m,t}$$

ただし、 $u_{m,t}$ は設備 m が時刻 t で稼働する場合に1、そうでない場合は0になります。複数のオーダが1つの設備にまとまっている場合も1になることに注意してください。パンを1回焼くたびに10円の電気代がかかるとお考えください。

利益 (円) は以下で求められます。マイナスになることもあります。利益が大きいほど良いスケジュールです。

$$P = P_1 - P_2 - P_3$$

スケジューリング制約を1つでも違反した場合は利益によらず、失格となることに注意してください。